

**ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ & ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ  
ΤΩΝ ΓΥΜΝΑΣΙΩΝ ΡΕΘΥΜΝΟΥ & ΗΡΑΚΛΕΙΟΥ  
ΑΡΜΟΔΙΟΤΗΤΑΣ  
ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΣΥΜΒΟΥΛΟΥ  
ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ Α. ΚΩΝΣΤΑΝΤΟΠΟΥΛΟΥ**

**ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ: 2013 -14**

**1<sup>η</sup> Φάση**

Η συλλογή αυτή των θεμάτων έγινε σε συνεργασία με τους συναδέλφους Μαθηματικούς των σχολείων αρμοδιότητάς μου.

Τα θέματα, δημοσιεύονται χωρίς καμία παρέμβαση στο περιεχόμενό τους, εκτός από κάποιες μορφοποιήσεις στο κείμενο και στα σχήματα για λόγους ομοιομορφίας.

Η προσπάθεια αυτή θα συνεχιστεί σε **2<sup>η</sup> φάση** με τον εμπλουτισμό και άλλων θεμάτων από τα υπόλοιπα σχολεία που υπολείπονται.

**Ηράκλειο 1 Οκτωβρίου 2014**

**Περιεχόμενα:** Α΄ Γυμνασίου ( 8 Διαγωνίσματα ) από σελ. 2 μέχρι σελ. 17 .

Β΄ Γυμνασίου ( 7 Διαγωνίσματα ) από σελ. 18 μέχρι σελ. 31

Γ΄ Γυμνασίου ( 6 Διαγωνίσματα ) από σελ. 32 μέχρι σελ. 43

**Επιμέλεια:** Κωνσταντίνος Α. Κωνσταντόπουλος

Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

Τηλ: 6944630231

e-mail: [konkoch78@sch.gr](mailto:konkoch78@sch.gr)

Ιστοσελίδα: <http://users.sch.gr/konkoch78>

## 1. ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ Α ΤΥΜΝΑΣΙΟΥ

### 1<sup>ο</sup> ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

#### ΘΕΜΑΤΑ

γραφτών προαγωγικών εξετάσεων περιόδου Μαΐου-Ιουνίου 2014 στα  
**Μαθηματικά.**

ΘΕΩΡΙΑ

#### 1<sup>ο</sup> Θέμα:

α) Ποιά είναι τα είδη των τριγώνων ως προς τις πλευρές και ποια ως προς τις γωνίες; Να κάνετε για κάθε περίπτωση το κατάλληλο σχήμα δίπλα στον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

β) Ποιο ευθύγραμμο τμήμα λέγεται διάμεσος, ποιο ύψος και ποιο δίχοτομος του τριγώνου; Να κάνετε για κάθε περίπτωση το κατάλληλο σχήμα. Να ονομάσετε και το τρίγωνο και το ευθύγραμμο τμήμα που περιγράφετε.

#### 2<sup>ο</sup> Θέμα:

α) Πότε ένας αριθμός λέγεται πρώτος και πότε σύνθετος; Γράψτε δύο διψήφιους πρώτους και δύο τριψήφιους σύνθετους.

β) Γράψτε τα κριτήρια διαιρετότητας με το 2, το 5 και το 9 και ένα παράδειγμα τετραψήφιου αριθμού που διαιρείται συγχρόνως με το 2, το 5 και το 9.

γ) Σε μια διαίρεση φυσικών πότε το πηλίκο είναι 1, πότε είναι 0 και πότε είναι ίσο με το διαιρετέο; Γράψτε ένα παράδειγμα για κάθε περίπτωση.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

#### 1<sup>η</sup> Άσκηση:

Το διπλανό ποδήλατο πωλείται 2500€. Στην περίοδο των εκπτώσεων το κατάστημα κάνει 20% έκπτωση. Πόσο θα μας κοστίσει αν πληρώσουμε επιπλέον ΦΠΑ 18% στην τιμή που θα προκύψει μετά την έκπτωση;



## 2<sup>η</sup> Άσκηση:

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{10}\right) + \left(\frac{5}{4} - 1\right) + (+8) + (-6,75) \quad \text{και} \quad B = -8 - (-3 - 4) + \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{14}{30}\right)$$

και στη συνέχεια να υπολογίσετε και την τιμή της παράστασης  $A-B$ .

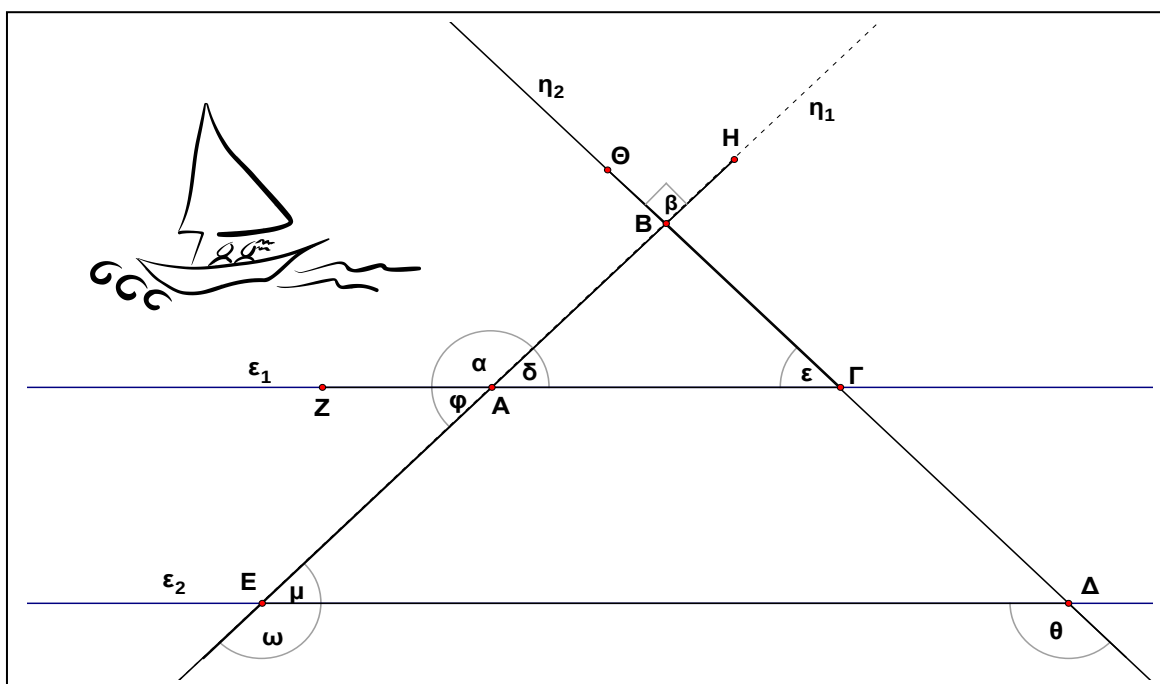
## 3<sup>η</sup> Άσκηση:

Δίνονται οι παράλληλες ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ . Οι ευθείες  $\eta_1$  και  $\eta_2$  είναι τέμνουσες των παραλλήλων. Η γωνία  $\Theta \hat{B} H$  είναι ορθή. Η Γωνία  $Z \hat{A} B = \hat{\alpha}$  είναι  $135^\circ$ .

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\varepsilon$ ,  $\delta$ ,  $\varphi$  και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\mu$ ,  $\omega$ ,  $\vartheta$  και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

γ) Να υπολογίσετε τους λόγους:  $\frac{\delta}{\alpha}$ ,  $\frac{\delta}{\beta}$ ,  $\frac{\delta}{\varepsilon}$ .



*\*απαντήστε σε **ένα** θέμα θεωρίας και σε **δύο** θέματα ασκήσεων*

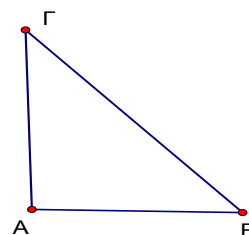
**ΘΕΩΡΙΑ** ( Να επιλέξετε και να απαντήσετε **ένα** από τα παρακάτω δύο θέματα )

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

- A) Τι ονομάζεται δύναμη του  $a$  στη  $n$  ( $a^n$ ) ;  
 B) Να υπολογίσετε τη δύναμη  $2^3$ . Να γράψετε τη βάση και τον εκθέτη αυτής της δύναμης.  
 Γ) Με ποιά σειρά κάνουμε τις πράξεις σε μία αριθμητική παράσταση;  
 (προτεραιότητα πράξεων)  
 Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα της αριθμητικής παράστασης  $2+5 \cdot 3$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

- A) Πως ονομάζεται ένα τρίγωνο που έχει  
 i) τρεις πλευρές ίσες  
 ii) τρεις πλευρές άνισες  
 B) Ονομάστε το διπλανό τρίγωνο που έχει την γωνία A  
 ορθή και τις πλευρές AB και AG ίσες  
 Γ) Να αναφέρετε τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου



**ΑΣΚΗΣΕΙΣ** ( Να επιλέξετε και να λύσετε **δύο** από τα παρακάτω τρία θέματα )

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνονται τα κλάσματα  $A = \frac{1}{2}$ ,  $B = \frac{3}{4}$  και  $\Gamma = \frac{2}{3}$

- A) να διατάξετε τα κλάσματα σε αύξουσα σειρά  
 B) να υπολογίσετε και να απλοποιήσετε (όπου είναι δυνατόν) το  
 i)  $A+B$   
 ii)  $B \cdot \Gamma + 1$   
 Γ) να δείξετε ότι  $A:B=\Gamma$

#### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Δίνονται δύο πίνακες τιμών δύο ποσών  $X, Y$

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| x | 2 | 4 | 6 |
| y | 3 | 6 | 9 |

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| x | 3 | 4 | 6 |
| y | 8 | 6 | 4 |

A) να εξετάσετε αν τα ποσά  $X, Y$  των δύο πινάκων είναι ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα

B) να βρείτε τον συντελεστή αναλογίας του πίνακα που περιέχει ανάλογα ποσά

Γ) i) για το πρώτο πίνακα να βρείτε το  $y$  όταν το  $x=5$

ii) για το δεύτερο πίνακα να βρείτε το  $x$  όταν το  $y=24$

#### ΘΕΜΑ 5<sup>ο</sup>

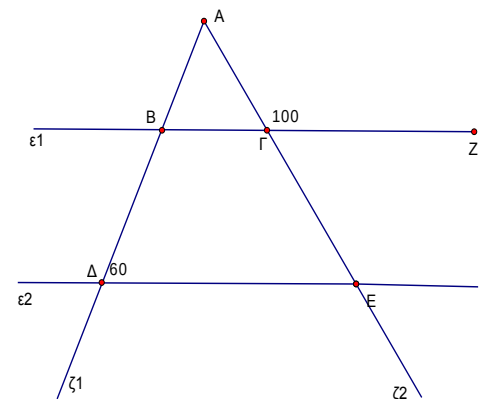
Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι παράλληλες και οι ημιευθείες  $\zeta_1, \zeta_2$  τις τέμνουν.

Δίνονται οι γωνίες  $\angle ADE = 60^\circ$  και  $\angle AGZ = 100^\circ$  όπως σημειώνονται και στο σχήμα.

A) να υπολογίσετε τις γωνίες  $A, B, \Gamma$  του τριγώνου  $AB\Gamma$

(δικαιολογήστε την απάντησή σας)

B) να δείξετε ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $ADE$  έχουν ίσες γωνίες



ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

**A.ΘΕΩΡΙΑ**

**ΘΕΜΑ1°**

Α)Πότε δύο ποσά  $\chi$  και  $\psi$  λέγονται ανάλογα;

Β)Ποιος είναι ο συντελεστής αναλογίας δυο ανάλογων ποσών  $\chi$  και  $\psi$  και ποια η σχέση που τα συνδέει;

Γ)Τι γνωρίζετε για την γραφική παράσταση των ανάλογων ποσών;

**ΘΕΜΑ2°**

Α)Τι ονομάζεται κύκλος με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$ ;

Β) Τι ονομάζεται χορδή ενός κύκλου;

Γ)Να σχεδιάσετε ένα κύκλο μια διάμετρο του  $AB$  και μια χορδή του  $AE$  όπου  $A, B, E$  σημεία του κύκλου.

**B.ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**ΑΣΚΗΣΗ 1**

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{2}{3} \cdot (2 \cdot 3^2 + 6 \cdot 1^{2014}) + 2^3 : \left( \frac{4}{3} - \frac{4}{5} \right) =$$

## ΑΣΚΗΣΗ 2

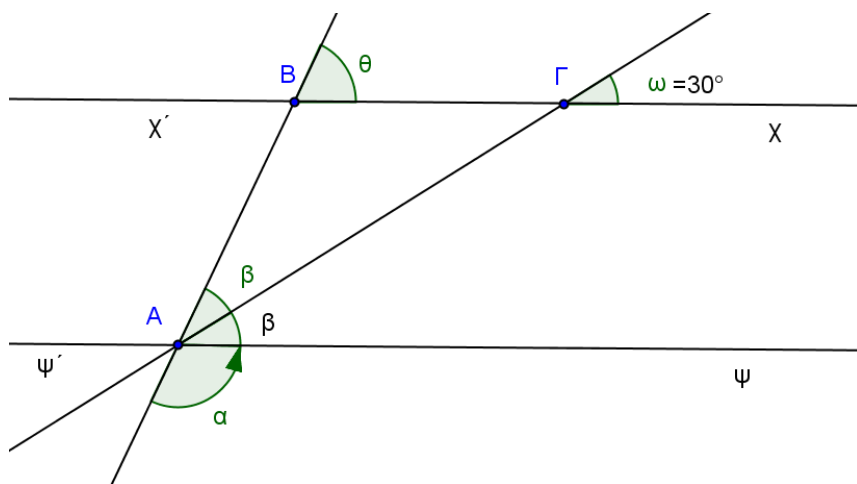
Μια θεατρική παράσταση την παρακολούθησαν 500 θεατές. Τα  $\frac{2}{5}$  των θεατών ήταν μαθήτριες, το 25% των θεατών μαθητές και οι υπόλοιποι γονείς

α) Να υπολογίσετε πόσες ήταν οι μαθήτριες, πόσοι οι μαθητές και πόσοι οι γονείς

β) Να υπολογίσετε ποσοστό των γονιών στο σύνολο των θεατών.

## ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες  $\chi'\chi$  και  $\psi'\psi$  είναι παράλληλες. Η ΑΓ είναι διχοτόμος της γωνίας  $\psi \hat{A} B$ . Αν  $\omega = 30^\circ$  τότε υπολογίστε τις γωνίες  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\theta}$  δικαιολογώντας την απάντησή σας.



Να επιλέξετε 1 θέμα θεωρίας και 2 θέματα απο τις ασκήσεις

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

A. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

α) Δύο κλάσματα  $\frac{\alpha}{\beta}$  και  $\frac{\gamma}{\delta}$  που εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους

ονομάζονται..... .

β) Ομώνυμα ονομάζονται τα κλάσματα που έχουν

..... .

γ) Ένα κλάσμα είναι ίσο με το 1, αν ο αριθμητής του είναι

.....τον παρονομαστή.

δ) Ανάγωγο λέγεται ένα κλάσμα που

..... .

B. Να απαντήσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) στις παρακάτω προτάσεις ώστε να είναι αληθείς.

α) Ο αριθμός 1 έχει αντίστροφο τον αριθμό 1.

β) Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα αρκεί να πολλαπλασιάσουμε το διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

A. Να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις:

α) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής;

β) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;

γ) Να σχεδιάσετε δύο γωνίες που να είναι εφεξής και παραπληρωματικές.

B. Να απαντήσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) στις παρακάτω προτάσεις ώστε να είναι αληθείς.

α) Δύο κατακορυφήν γωνίες είναι μεταξύ τους ίσες.

β) Δύο συμπληρωματικές γωνίες έχουν άθροισμα  $180^\circ$ .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Δίνεται η παράσταση:  $A = 1 + (2 + 3)^2 - (7 - 5)^3 + (2 \cdot 3)^2$

A) Να κάνετε τις πράξεις στην παράσταση A και να δείξετε ότι  $A=54$ .

B) Να αναλύσετε το 54 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.



Γ) Να κυκλώσετε με ποιους αριθμούς από τους παρακάτω διαιρείται το 54.

α) με το 2    β) με το 3    γ) με το 5    δ) με το 9    ε) με το 10

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Το σαπούνι χάνει το 15% του βάρους του όταν ξεραθεί. Πόσο θα ζυγίζουν 30 Kg νωπό σαπούνι όταν ξεραθούν;

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  είναι παράλληλες.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\phi$ ,  $\alpha$  και  $\beta$  και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

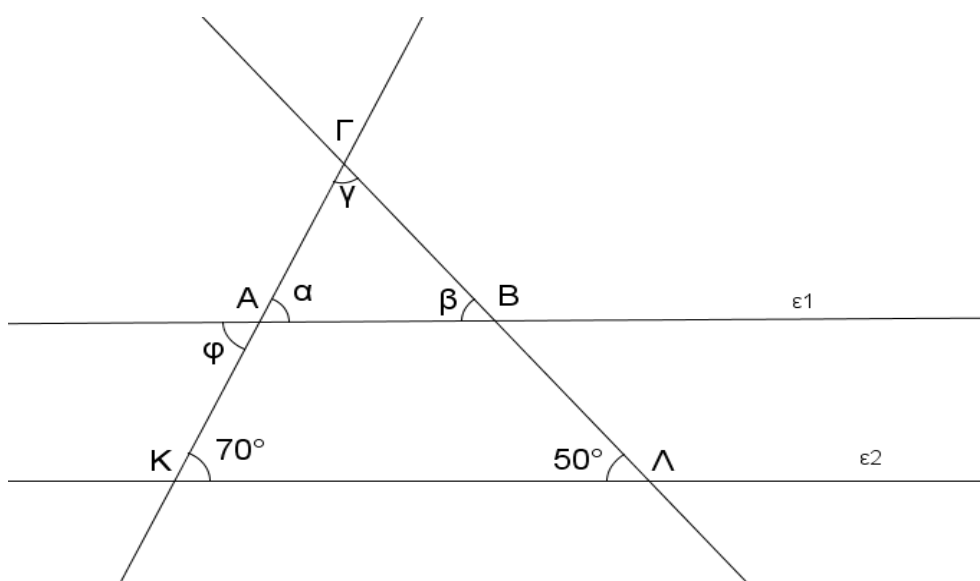
β) Να υπολογίσετε τη γωνία  $\gamma$  και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Να απαντήσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) στις παρακάτω προτάσεις:

i) Το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές.

ii) Το τρίγωνο ABΓ είναι οξυγώνιο.

iii) Το τρίγωνο ΚΓΛ είναι σκαληνό.



Παρατηρήσεις:

- Να απαντήσετε σε ένα από τα δύο θέματα θεωρίας και σε δύο από τα τρία θέματα ασκήσεων.

- Να μεταφέρετε όλες τις απαντήσεις σας στην κόλλα αναφοράς.

*Καλή επιτυχία!!!*

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1<sup>ο</sup>

α) Πότε δύο ρητοί αριθμοί ονομάζονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι;

Να δώσετε ένα παράδειγμα για κάθε περίπτωση.

β) Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίθετοι;

Ποιοι είναι οι αντίθετοι των αριθμών

$$3, -5, \frac{1}{6}, -\frac{5}{7}, -\alpha$$

γ) Να συμπληρώσετε τις σχέσεις

$$\alpha + 0 =$$

$$\alpha + (-\alpha) =$$

$$\alpha + \beta = \quad (\text{αντιμεταθετική ιδιότητα})$$

$$\alpha + (\beta + \gamma) = \quad (\text{προσεταιριστική ιδιότητα})$$

Θέμα 2<sup>ο</sup>

α) Να βάλετε με σειρά μεγέθους, από τη μικρότερη στη μεγαλύτερη τις παρακάτω

γωνίες:

ορθή – ευθεία – αμβλεία – πλήρης – μηδενική – οξεία – μη κυρτή

β) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής;

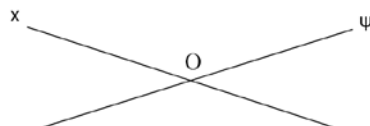
Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;

γ) Στο διπλανό σχήμα να βρείτε ένα

ζευγάρι κατακορυφήν γωνιών και

ένα ζευγάρι εφεξής και

παραπληρωματικών γωνιών.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### Άσκηση 1<sup>η</sup>

Δίνονται τα κλάσματα:  $\alpha = \frac{3}{4}$ ,  $\beta = \frac{2}{3}$ ,  $\gamma = \frac{3}{5}$

α) Να βάλετε τα κλάσματα κατά σειρά μεγέθους (από το μικρότερο στο μεγαλύτερο).

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$3 \cdot \alpha - \beta + \frac{1}{4} \cdot \gamma$$

### Άσκηση 2<sup>η</sup>

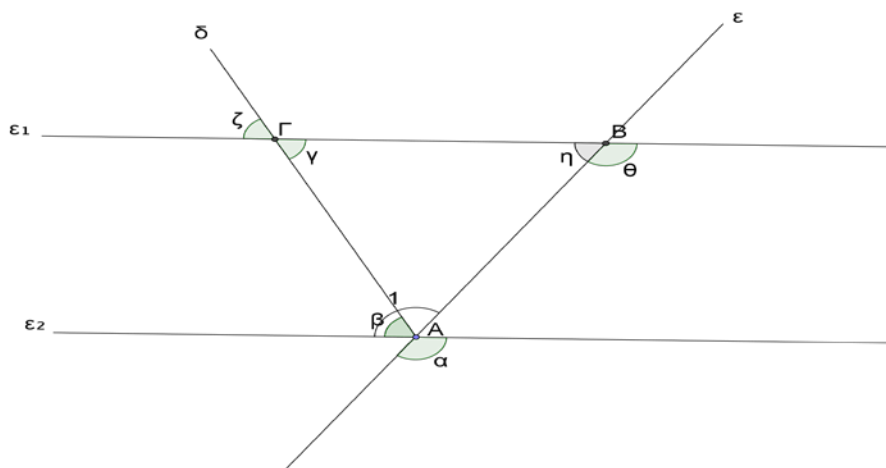
Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = 2 \cdot (1 - 2 \cdot 7)^2 - 1^{2014}$$

$$B = 2,4 \cdot (5 \cdot 7 - 3 \cdot 10)^2 - 0,2 \cdot 10^2 - 2^2 (3 \cdot 2^3 - 2 \cdot 3^2) - 2^4$$

### Άσκηση 3<sup>η</sup>

Στο παρακάτω σχήμα είναι  $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ . Η Αδ είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{A}_1$  και  $\hat{\alpha} = 124^\circ$ . Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\hat{\beta}, \hat{\gamma}, \hat{\zeta}, \hat{\eta}, \hat{\theta}$ . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



Να γράψετε ένα από τα δύο θέματα θεωρίας και δύο από τις τρεις ασκήσεις.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!

Γραπτές προαγωγικές εξετάσεις Ιουνίου 2014

Εξεταζόμενο μάθημα : **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α' Γυμνασίου**

### Θεωρία

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> : Α]** Ποια ευθεία ονομάζεται μεσοκάθετος ενός ευθύγραμμου τμήματος;

**Β]** Πότε δύο ευθείες του ίδιου επιπέδου ονομάζονται παράλληλες;

**Γ]** Να αντιστοιχίσετε τα είδη γωνιών της στήλης Α με τους ορισμούς της στήλης Β.

| ΣΤΗΛΗ Α          | ΣΤΗΛΗ Β                                                    |
|------------------|------------------------------------------------------------|
| 1. Οξεία γωνία   | α. ίση με $90^\circ$                                       |
| 2. Ορθή γωνία    | β. μεγαλύτερη από $90^\circ$ και μικρότερη από $180^\circ$ |
| 3. Αμβλεία γωνία | γ. ίση με $180^\circ$                                      |
| 4. Ευθεία γωνία  | δ. μικρότερη από $90^\circ$                                |

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup> : Α]** Ποια κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πως συγκρίνονται μεταξύ τους;

**Β]** Πότε δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα;

**Γ]** Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες

$$\alpha) \frac{0}{6} = \dots \quad \beta) \frac{5}{5} = \dots \quad \gamma) \frac{9}{1} = \dots$$

### Ασκήσεις

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> :** Δίνονται οι παραστάσεις  $A = 2 \cdot 5^2 - 5 \cdot 2^3 - 2^5 : 4$  και

$$B = (10 - 3^2)^{1908} + 4^2 : 2^3$$

**A]** Να δείξετε ότι  $A = 2$  και  $B = 3$ .

**B]** Να υπολογίσετε το  $\frac{A}{B} + \frac{B}{A}$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>** : Από τους 150 μαθητές ενός γυμνασίου το 32% πηγαίνουν στην Α' τάξη,

τα  $\frac{2}{5}$  πηγαίνουν στην Β' τάξη και οι υπόλοιποι πηγαίνουν στην Γ' τάξη.

**A]** Να βρείτε πόσοι μαθητές πηγαίνουν στην κάθε τάξη.

**B]** Να βρείτε τι ποσοστό των μαθητών του σχολείου αποτελούν οι μαθητές που

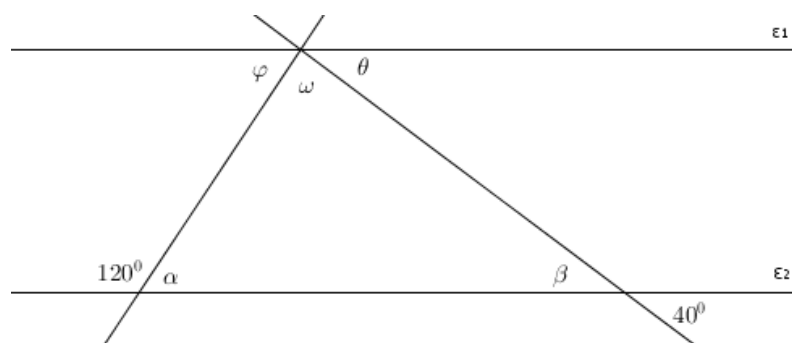
πηγαίνουν στη Γ' τάξη.

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>** : Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι παράλληλες. Να υπολογίσετε :

**A]** Τις γωνίες  $\alpha$  και  $\beta$ .

**B]** Τις γωνίες  $\varphi$  και  $\theta$ .

**Γ]** Τη γωνία  $\omega$ .



**Να απαντήσετε στο ένα θέμα θεωρίας και σε δύο ασκήσεις**

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014**  
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ .**

**ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

**A. ΘΕΩΡΙΑ**

- 1ο ΘΕΜΑ:** α) Ποια κλάσματα λέγονται ομώνυμα και ποια ετερόνυμα;  
 β) Όταν δύο κλάσματα είναι ομώνυμα, ποιο είναι το μεγαλύτερο; Όταν δύο κλάσματα είναι ετερόνυμα και έχουν τον ίδιο αριθμητή, ποιο είναι το μεγαλύτερο;  
 γ) Ποια κλάσματα λέγονται ισοδύναμα; Δώστε ένα παράδειγμα.

**2ο ΘΕΜΑ:** α) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές; ( Ορισμός και σχήμα ).

β) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν; ( Ορισμός και σχήμα ). Τι σχέση έχουν 2 κατακορυφήν γωνίες

γ) Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά αφού αντιγράψετε τις προτάσεις στην κόλλα σας:

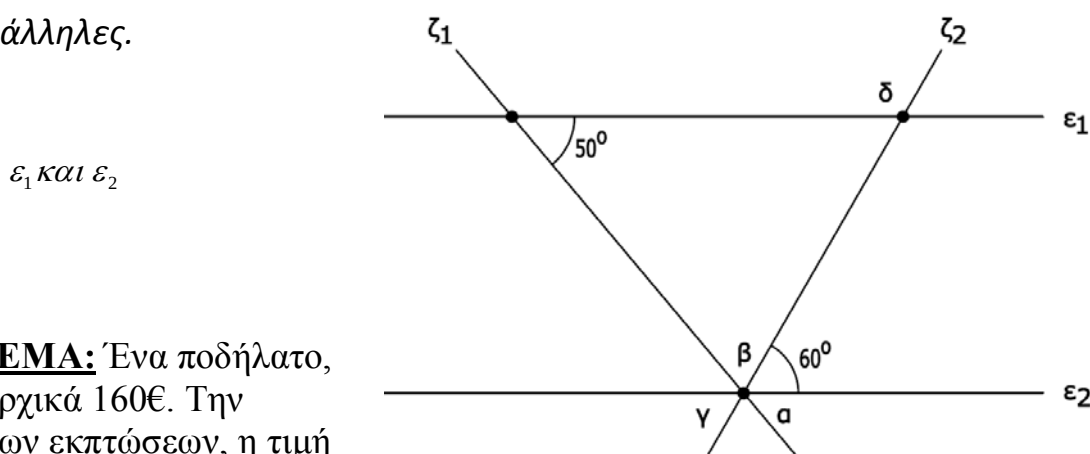
- α) Δύο ευθείες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο ή θα είναι παράλληλες ή .....  
 β) Δύο ευθείες του ιδίου επιπέδου, που δεν έχουν κοινό σημείο είναι .....  
 γ) Δύο ευθείες του ιδίου επιπέδου που έχουν ένα κοινό σημείο λέγονται ..... και το κοινό τους σημείο λέγεται σημείο ..... των δύο ευθειών.  
 δ) Το μήκος οποιουδήποτε ευθυγράμμου τμήματος, που είναι κάθετο σε δύο παράλληλες ευθείες και έχει τα άκρα του σ' αυτές λέγεται ..... των δύο παραλλήλων ευθειών.

## **B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**1ο ΘΕΜΑ:** Να υπολογίσετε την τιμή των αριθμητικών παραστάσεων Α και Β και κατόπιν να υπολογίσετε το πηλίκο  $A : B$ , όπου

$$A = (3^2 - 2^3)^{2014} + 5^3 + 10^4 \div 10^1 - 6 \quad \text{και} \quad B = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) - \frac{2}{12} + 2 \bullet 17$$

**2ο ΘΕΜΑ:** Αφού αντιγράψτε το παρακάτω σχήμα, υπολογίστε (χωρίς να μετρήσετε με μοιρογνωμόνιο) τις γωνίες  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ , γνωρίζοντας ότι οι ευθείες είναι παράλληλες.



**3ο ΘΕΜΑ:** Ένα ποδήλατο, κόστιζε αρχικά 160€. Την περίοδο των εκπτώσεων, η τιμή του μειώθηκε κατά 25% και αμέσως μετά τις εκπτώσεις αυξήθηκε κατά 75%. Να βρείτε:

- α) Την τιμή πώλησης του ποδηλάτου κατά την περίοδο των εκπτώσεων.
- β) Την τιμή πώλησης του ποδηλάτου αμέσως μετά τη λήξη των εκπτώσεων.

Να απαντήσετε σε ένα θέμα θεωρίας και δύο θέματα ασκήσεων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑΘΕΩΡΙΑ

**Θέμα 1<sup>ο</sup>.** α) Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5; Δώστε ένα παράδειγμα ενός περιττού φυσικού αριθμού που διαιρείται με το 5.  
 β) Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3;  
 γ) Δίνεται ο φυσικός αριθμός 120. Να δικαιολογήσετε γιατί διαιρείται με το 2, με το 3 και με το 5 και να τον αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

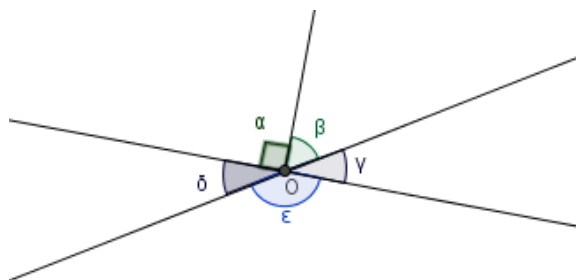
**Θέμα 2<sup>ο</sup>.** α) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής;

β) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές;

γ) Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  τέμνονται στο σημείο O και η ημιευθεία Oχ είναι κάθετη στην ευθεία  $\epsilon_1$ . Να βρείτε ένα ζεύγος :

- i. εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών
- ii. εφεξής και συμπληρωματικών γωνιών

και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

**Ασκ.1<sup>η</sup>.** α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης και να την απλοποιήσετε(αν γίνεται):

$$A = \left(3^2 - \frac{17}{2}\right) \cdot \frac{5}{2} - \left(\frac{5}{8} + \frac{1}{8} - \frac{3}{8}\right) \cdot 2$$

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης και να την απλοποιήσετε(αν γίνεται) :  $B = \left(\frac{5}{3} - \frac{4}{5}\right) : \frac{3}{5} - \frac{3}{5}$

γ) Να βρείτε τους αντιστρόφους αριθμούς των τιμών των παραστάσεων A και B, και να βάλετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς : A, B, και τους αντιστρόφους τους.

**Ασκ.2<sup>η</sup>.** Δίνεται ο πίνακας των ποσών x, y.



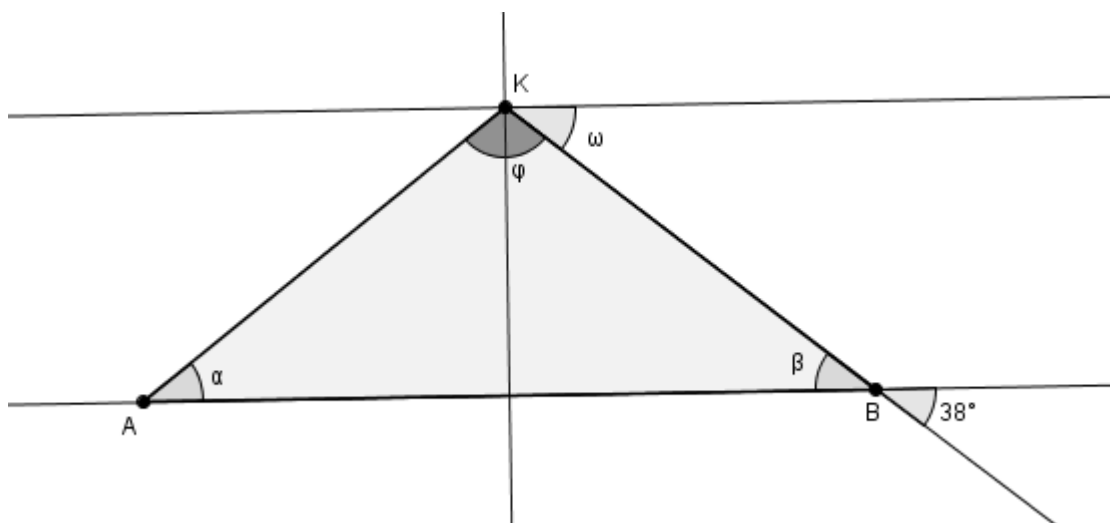
|     |    |               |               |     |
|-----|----|---------------|---------------|-----|
| $x$ | 3  | $\frac{3}{2}$ | $\frac{5}{8}$ | 0,2 |
| $y$ | 12 | 6             | $\frac{5}{2}$ | 0,8 |

α) Να δείξετε ότι τα ποσά  $x$ ,  $y$  είναι ανάλογα και να βρείτε το συντελεστή αναλογίας τους.

β) Αν το παραπάνω ποσό  $x$  είναι το πλήθος από σοκολάτες και το  $y$  τα χρήματα που κοστίζουν

- να γράψετε τη σχέση αναλογίας που συνδέει τα ποσά  $x$ ,  $y$
- να βρείτε πόσο κοστίζουν 18 σοκολάτες και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας
- με 20 ευρώ πόσες σοκολάτες θα αγοράσουμε και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Ασκ.3<sup>η</sup>** . Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι παράλληλες, και η ευθεία ( $\varepsilon$ ) είναι η μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος  $AB$ .



α) Να βρείτε τις γωνίες  $\beta$  και  $\omega$  που έχουμε σημειώσει δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

β) Να αιτιολογήσετε γιατί ισχύει ότι  $KA=KB$  και να βρείτε τη γωνία  $\alpha$ .

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{AKB} = \phi$ , και να χαρακτηρίσετε το τρίγωνο  $ABK$  ως προς τις πλευρές του και ως προς τις γωνίες του.

Να απαντήσετε σε **1 θέμα θεωρίας** Και σε **2 ασκήσεις**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**



$$A. \varepsilon\varphi\omega = \eta\mu\omega\sigma\upsilon\nu\omega \quad B. \varepsilon\varphi\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega} \quad \Gamma. \varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} \quad \Delta. \varepsilon\varphi\omega = \eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega$$

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ** (Να επιλέξετε και να λύσετε **δύο** από τα παρακάτω τρία θέματα)

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνεται η συνάρτηση  $y = \frac{1}{2}x - 3$  και τα σημεία  $A(2, -2)$  και  $B(6, 0)$

Α) να συμπληρωθεί ο πίνακας τιμών της συνάρτησης

|   |   |   |    |
|---|---|---|----|
| x | 0 | 2 |    |
| y |   |   | -1 |

Β) Να δείξετε ότι τα σημεία A και B ανήκουν στη γραφική παράσταση της συνάρτησης

Γ) Να υπολογίσετε την απόσταση AB

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

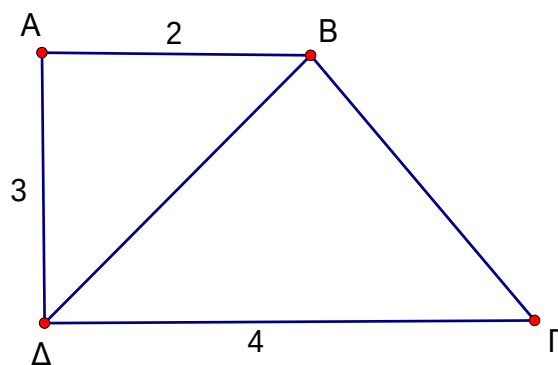
Το διπλανό τραπέζιο έχει γωνίες A και Δ ορθές βάσεις  $AB=2, \Gamma\Delta=4$  και ύψος  $AD=3$ .

Να υπολογίσετε

Α) το εμβαδόν του τραpezίου

Β) Το μήκος της BΔ

Γ) τα εμβαδά των τριγώνων ABΔ και BΔΓ



### ΘΕΜΑ 5<sup>ο</sup>

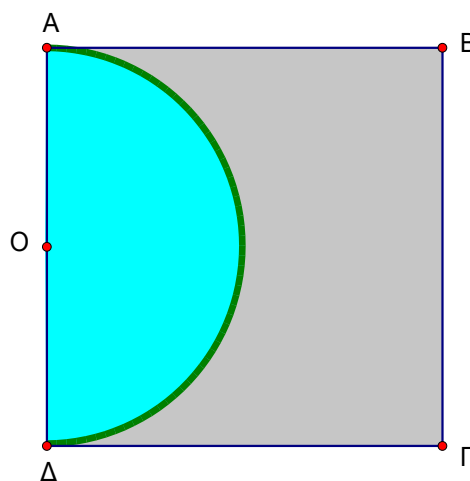
Στο διπλανό σχήμα είναι ένα τετράγωνο ABΓΔ πλευράς  $AB=4$  και με κέντρο το μέσο O της AB και ακτίνα 2 γράφουμε ημικύκλιο εντός του τετραγώνου.

Να υπολογίσετε

Α) το μήκος του ημικυκλίου

Β) το εμβαδόν του ημικυκλίου

Γ) το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης καμπυλόγραμμης επιφάνειας (εντός τετραγώνου και εκτός ημικυκλίου)



**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**

**A.ΘΕΩΡΙΑ****1<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ**

A)Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά

1)Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y=ax$  είναι μία .....(1) που διέρχεται από το σημείο .....(2)των αξόνων.

2) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y=ax+\beta$ ,  $\beta \neq 0$  είναι μία .....(3) παράλληλη της ευθείας με εξίσωση .....(4).Η  $y=ax+\beta$  διέρχεται από το σημείο .....(5)του άξονα ψ'ψ.

B)Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σωστές (Σ) ή λάθος(Λ)

Στην ευθεία  $y=ax$

1)Ο λόγος  $\frac{y}{x}$  είναι πάντα σταθερός Σ Λ

2)Η κλίση της  $y=ax+\beta$  είναι ο αριθμός  $\beta$  Σ Λ

**2<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ**

A)1)Ποια γωνία ονομάζεται εγγεγραμμένη ;

2)Τι σχέση έχει η εγγεγραμμένη με το αντίστοιχο τόξο της;

B)1)Ποιο πολύγωνο ονομάζεται κανονικό;

2)Γράψτε τους τύπους που υπολογίζουμε την κεντρική γωνία  $\hat{\omega}$  και την γωνία  $\hat{\phi}$  ενός κανονικού πολυγώνου. Τί σχέση έχουν η  $\hat{\omega}$  και η  $\hat{\phi}$

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ****ΑΣΚΗΣΗ 1**

Να λύσετε την εξίσωση  $\frac{x+7}{4} - \frac{x+2}{3} = \frac{x-1}{6}$

**ΑΣΚΗΣΗ 2**

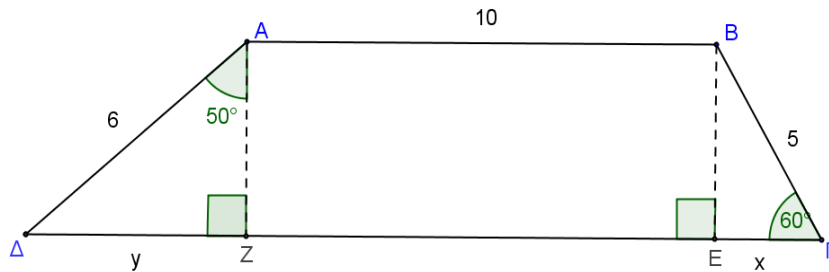
Στο τραπέζιο του σχήματος  $AB=10$ ,  $BF=5$ ,  $DA=6$  με  $AB \parallel \Delta\Gamma$ , τα τμήματα  $AZ$  και  $BE$  είναι ύψη του. Να υπολογίσετε

A)  $\Delta Z = y$

B)  $E\Gamma = x$

Γ) και την πλευρά  $\Delta\Gamma$  του τραπεζίου.  
και  $\sin 60^\circ = 0.5$

Δίνονται :  $\eta\mu 50^\circ = 0.76$



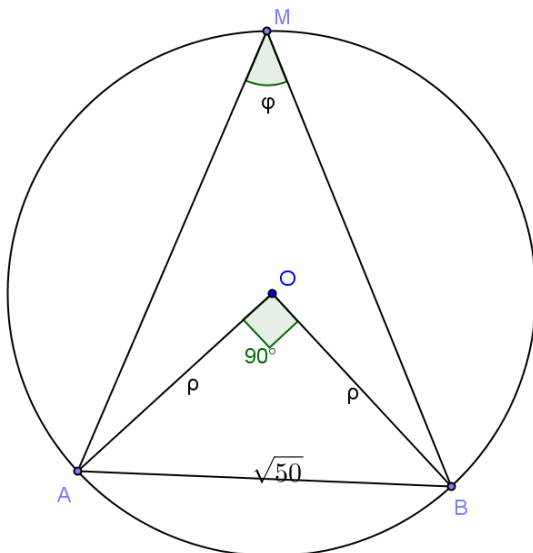
### ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο παρακάτω σχήμα σας δίνετε ένας κύκλος  $(O, \rho)$  και μια χορδή του  $AB = \sqrt{50}$ .

α) Να υπολογίσετε την εγγεγραμμένη γωνία του  $\hat{AMB} = \varphi$

β) Να αποδείξετε ότι  $\rho = 5$

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο  $L$  και το εμβαδό  $E$  του κύκλου



Να απαντήσετε σε ένα θέμα θεωρίας και σε δύο ασκήσεις

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**ΘΕΩΡΙΑ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

A) Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού  $\alpha$ , λέγεται ο

..... αριθμός που όταν υψωθεί

στο ....., δίνει .....

B) Η τετραγωνική ρίζα του  $\alpha$  συμβολίζεται με .....

Γ) Αν  $\alpha \geq 0$ , τότε  $(\sqrt{\alpha})^2 = \dots\dots\dots$

Δ)  $\sqrt{0} = \dots\dots\dots$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

α) Στο διπλανό σχήμα η γωνία  $\hat{A}$  λέγεται

..... διότι η κορυφή

της είναι σημείο του .....

οι πλευρές της  $AB$ ,  $AG$  .....

τον κύκλο.

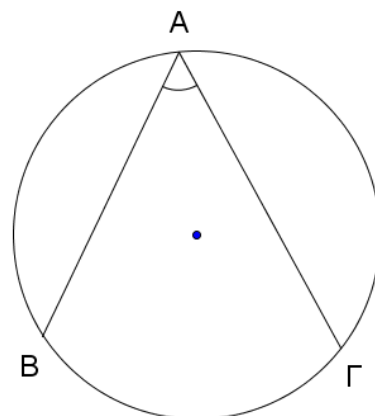
β) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με

..... της επίκεντρης που έχει ίσο

αντίστοιχο τόξο.

γ) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι

.....



**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

Να λύσετε την παρακάτω εξίσωση:

$$\frac{x-3}{5} - \frac{2x-3}{3} = \frac{1-3x}{2} + x$$

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

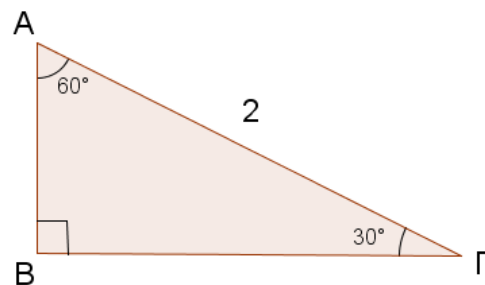
Α. Να αντιστοιχίσετε τις προτάσεις των στηλών Α και Β.

| Στήλη Α                          | Στήλη Β                   |
|----------------------------------|---------------------------|
| α) $\varepsilon\varphi 30^\circ$ | i) $\frac{\sqrt{2}}{2}$   |
| β) $\sigma\upsilon\nu 30^\circ$  | ii) $\frac{\sqrt{3}}{3}$  |
| α) $\eta\mu 45^\circ$            | iii) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |

Β. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ  $ΑΓ=2$ . Να υπολογίσετε

α) την κάθετη πλευρά ΑΒ.

γ) την κάθετη πλευρά ΒΓ

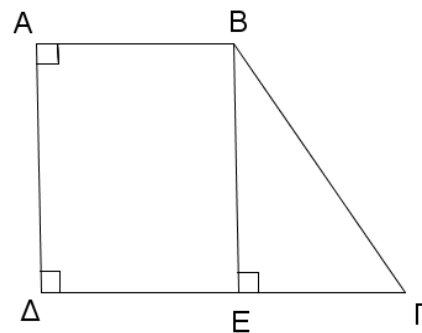


### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ όπου  $ΑΒ=7$ ,  $ΒΓ=15$ ,  $ΓΔ=19$  και  $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$ .

α) Να υπολογίσετε το ευθύγραμμο τμήμα ΒΕ.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν Ε του τραπεζίου.



Παρατηρήσεις:

- Να απαντήσετε σε ένα από τα δύο θέματα θεωρίας και σε δύο από τα τρία θέματα ασκήσεων.

- Να μεταφέρετε όλες τις απαντήσεις σας στην κόλλα αναφοράς.

*Καλή επιτυχία!!!*

ΘΕΩΡΙΑΘέμα 1<sup>ο</sup>:

α) Δώστε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού  $\alpha$ .

β) Αν ισχύει  $\sqrt{\alpha - 3} = 0$ , επιλέξτε ποια από τις παρακάτω ισότητες είναι σωστή.

$$\alpha=9, \quad \alpha=3, \quad \alpha=0, \quad \alpha=6$$

γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ(σωστή) ή Λ(λανθασμένη).

1.  $\sqrt{36} = 6$

2.  $\frac{\sqrt{4}}{9} = \frac{2}{3}$

3.  $\sqrt{0,81} = 0,09$

4.  $-\sqrt{5^2} = -5$

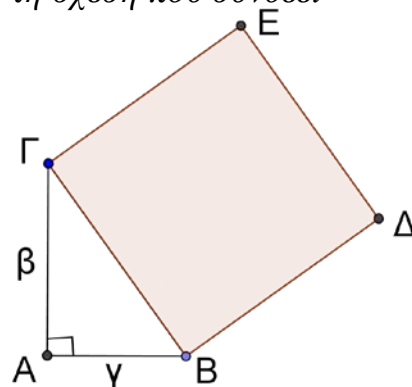
5.  $\sqrt{(-2014)^2} = 2014$

Θέμα 2<sup>ο</sup>:

α) Διατυπώστε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

β) Αν σε ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι  $\hat{A} = 90^\circ$  να γράψετε τη σχέση που συνδέει τις πλευρές του.

γ) Στο διπλανό σχήμα είναι  $AB = \gamma$  και  $A\Gamma = \beta$ . Να γράψετε με τι ισούται το εμβαδόν του τετραγώνου  $\Gamma B \Delta E$ , αν είναι γνωστά τα μήκη  $\beta$  και  $\gamma$ .





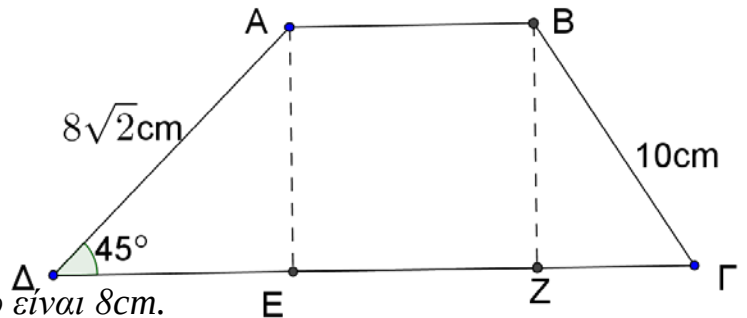
## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### Άσκηση 1<sup>η</sup>:

Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{x-1}{2} - \frac{2(x-2)}{3} = x+2$

### Άσκηση 2<sup>η</sup>:

Στο διπλανό τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$ ,  
είναι  $A\Delta = 8\sqrt{2}\text{ cm}$ ,  $B\Gamma = 10\text{ cm}$ ,  
 $\hat{\Delta} = 45^\circ$  και το  $ABZE$  είναι  
τετράγωνο.



α) Να δείξετε ότι το ύψος του τραπέζιου είναι  $8\text{ cm}$ .

β) Να δείξετε ότι η μεγάλη βάση του τραπέζιου είναι  $22\text{ cm}$ .

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπέζιου  $AB\Gamma\Delta$ .

### Άσκηση 3<sup>η</sup>:

Δίνεται η συνάρτηση  $\psi = ax + \beta$ . Η ευθεία που παριστάνει, έχει κλίση τον αριθμό 2 και περνά από το σημείο  $A(3, 10)$ .

α) Να βρείτε την εξίσωση αυτής της ευθείας.

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης.

|        |     |     |   |   |   |
|--------|-----|-----|---|---|---|
| $x$    | - 2 | - 1 | 0 | 1 | 2 |
| $\psi$ |     |     |   |   |   |

γ) Να σχεδιάσετε την παραπάνω ευθεία σε σύστημα συντεταγμένων.

Να γράψετε ένα από τα δύο θέματα θεωρίας και δύο από τις τρεις ασκήσεις.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!**

Γραπτές προαγωγικές εξετάσεις Ιουνίου 2014

Εξεταζόμενο μάθημα : **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' Γυμνασίου**

**Θεωρία**

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> : Α] Να γράψετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

Β] Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με  $A=90^\circ$  και να γράψετε:

(α) τη σχέση που αντιστοιχεί στο Πυθαγόρειο Θεώρημα για το τρίγωνο αυτό.

(β) τις σχέσεις που δίνουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β του τριγώνου.

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup> : Α] Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α και πως συμβολίζεται ;

Β] Να ελέγξετε αν είναι σωστές(Σ) ή λάθος(Λ) οι παρακάτω προτάσεις

1.  $(\sqrt{-3})^2 = 3$

2.  $\sqrt{16-9} = 4-3 = 1$

3. Το  $-2$  είναι λύση της εξίσωσης  $x^2 = 4$ .

4.  $\sqrt{1000} = 500$ .

**Ασκήσεις**

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> : Α] Να λύσετε την ανίσωση:  $2 - 3(3 - x) \leq x + 2(3x - 2)$ .

Β] Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3x+1}{2} - x = \frac{6x-4}{7}$$

Γ] Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης είναι λύση και της ανίσωσης.

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup> : Στο διπλανό σχήμα το

τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο ( $A=90^\circ$ )

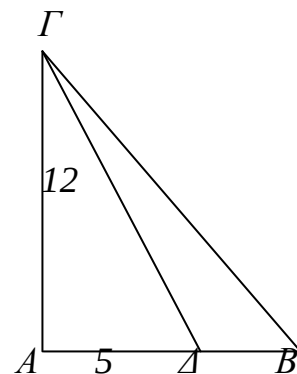
και επίσης είναι  $AG=12$ ,  $AD=5$  και  $AB=9$ .

A] Να βρείτε το  $\Gamma\Delta$ .

B] Να βρείτε το  $B\Gamma$ .

Γ] Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδό

του τριγώνου  $\Delta B\Gamma$ .



ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup> : Στο παρακάτω ορθογώνιο παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$

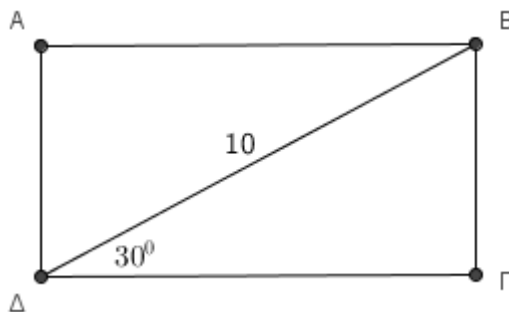
η διαγώνιος  $A\Gamma$  είναι  $A\Gamma = 10$

και η γωνία  $B\Delta\Gamma$  είναι  $B\Delta\Gamma = 30^\circ$ .

A] Να βρείτε την πλευρά  $B\Gamma$ .

B] Να βρείτε την πλευρά  $\Gamma\Delta$ .

Γ] Να υπολογίσετε το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.



**Να απαντήσετε στο ένα θέμα θεωρίας και σε δύο ασκήσεις**

**ΘΕΩΡΙΑ 1<sup>η</sup>**

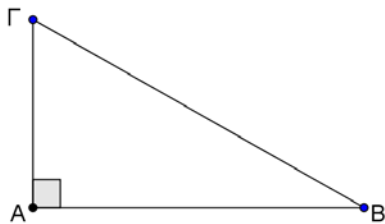
α) Τι ονομάζουμε εξίσωση α' βαθμού;

β) Πότε ένας αριθμός ονομάζεται λύση ή ρίζα μιας εξίσωσης;

**ΘΕΩΡΙΑ 2<sup>η</sup>**

α) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα.

β) Με την βοήθεια του σχήματος να χαρακτηρίσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω ισότητες.



1.  $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$

2.  $AB^2 = B\Gamma^2 - A\Gamma^2$

3.  $A\Gamma^2 = B\Gamma^2 - AB^2$

4.  $AB^2 = A\Gamma^2 + B\Gamma^2$

**ΑΣΚΗΣΗ 1<sup>η</sup>**

α) Να λυθεί η ανίσωση: 
$$x - \frac{x+4}{4} \leq \frac{4x-3}{10}$$

β) Να παραστήσετε τις λύσεις της παραπάνω ανίσωσης, στον άξονα των πραγματικών

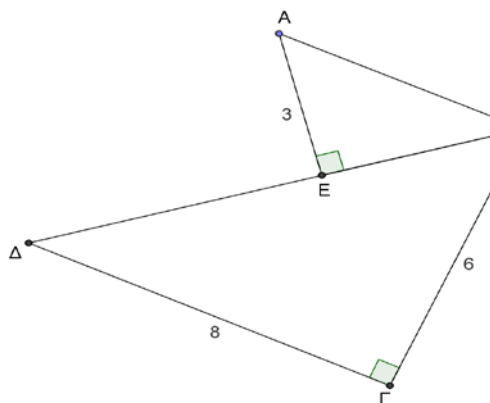
αριθμών.

## ΑΣΚΗΣΗ 2<sup>η</sup>

Στο διπλανό σχήμα  $B\Gamma\Delta$  και  $ABE$  είναι ορθογώνια τρίγωνα με ορθές της  $\hat{\Gamma}$  και  $\hat{E}$  αντίστοιχα.

Αν  $B\Gamma=6\text{cm}$ ,  $\Delta\Gamma=8\text{cm}$ ,  $AE=3\text{cm}$  και  $\Delta E=6\text{cm}$  να βρεθούν:

- Το μήκος της πλευράς  $EB$ .
- Το μήκος της πλευράς  $AB$ .
- Το εμβαδό των τριγώνων  $AEB$  και  $B\Gamma\Delta$ .



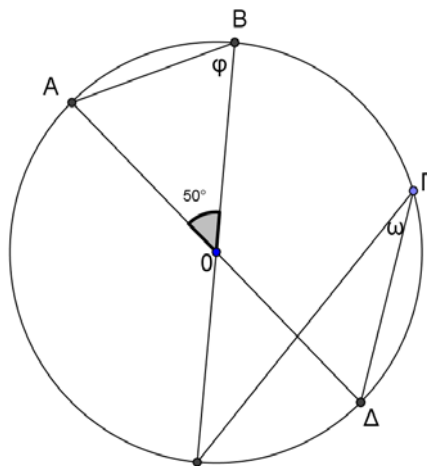
## ΑΣΚΗΣΗ 3<sup>η</sup>

Στο διπλανό σχήμα δίνονται  $AD$ ,  $BE$  διάμετροι του κύκλου και η γωνία  $AOB=50^\circ$ .

Να υπολογίσετε :

- Τα τόξα  $AB$  και  $AE$ .
- Τις γωνίες  $\varphi$  και  $\omega$ .

Να δικαιολογήσετε σε κάθε περίπτωση.



### Προσοχή!

Να απαντήσετε σε ένα από τα δύο θέματα θεωρίας και σε δύο από τις τρεις ασκήσεις.

Μην απαντάτε πάνω στις φωτοτυπίες των θεμάτων αλλά πάνω στις κόλλες διαγωνισμού.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ  
2014 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**ΘΕΩΡΙΑ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

- α) Τι ονομάζουμε εξίσωση ;  
β) Να συμπληρώσετε τα κενά, ώστε να προκύψουν μαθηματικά αληθείς προτάσεις:

- i) Αν  $\alpha = \beta$ , τότε  $\alpha + \gamma = \dots + \gamma$ .  
ii) Αν  $\alpha = \beta$ , τότε  $\dots = \beta * \gamma$ .  
iii) Αν  $\alpha = \beta$ , τότε  $\frac{\dots}{\gamma} = \frac{\beta}{\dots}$  με  $\dots$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

- α) Πότε μια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη στον κύκλο (Ο, ρ);  
Να σχεδιάσετε μια εγγεγραμμένη γωνία.  
  
β) Να συμπληρώσετε τα κενά, ώστε να προκύψουν μαθηματικά αληθείς προτάσεις:  
i) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο .....  
ii) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το ..... της ..... που έχει ίσο .....τόξο  
iii) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με .....του μέτρου του .....τόξου της.

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Άσκηση 1<sup>η</sup>**

Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις, να βρείτε τις κοινές λύσεις τους και να τις παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών.

$$\frac{2x+3}{2} - \frac{x+4}{5} > \frac{x}{4} - \frac{2}{5},$$

$$x - 2(x - 3) \geq 4x - 9.$$

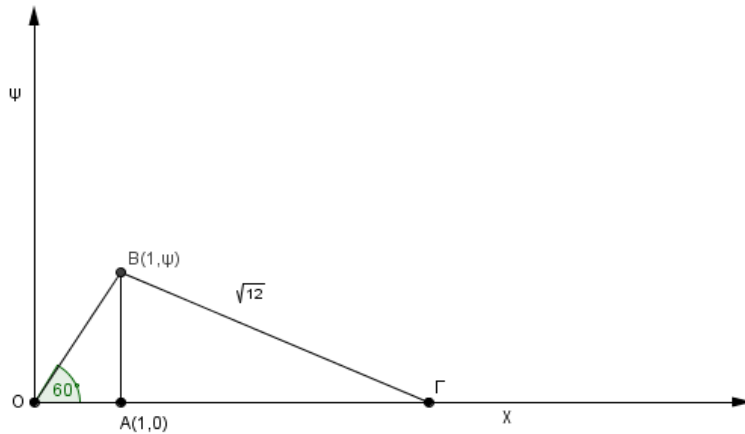
**Άσκηση 2<sup>η</sup>**

Δίνεται το παρακάτω σχήμα, όπου  $\chi O \psi$  είναι σύστημα ορθογωνίων αξόνων,  
 $\widehat{AOB} = 60^\circ$ ,

$BA \perp OG$  και  $A(1, 0)$ .

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του Β και το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος OB.

β) Αν  $AB = \sqrt{3}$  και  $BΓ = \sqrt{12}$ , να βρείτε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος  $AΓ$  και τις συντεταγμένες του  $Γ$ .



### Άσκηση 3"

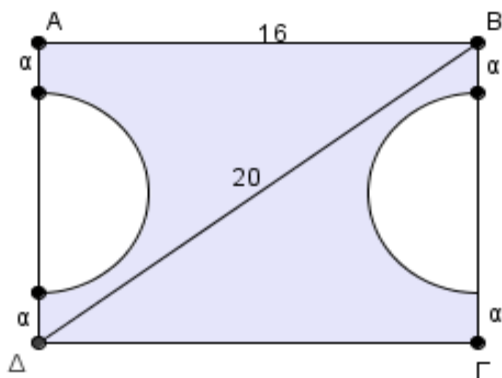
Δίνεται το παρακάτω σχήμα όπου  $ABΓΔ$  είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και εσωτερικά του παραλληλογράμμου περιέχονται δύο ημικύκλια με διαμέτρους τμήματα των πλευρών  $AD$  και  $BΓ$ .

Αν  $AB = 16m$  και  $ΔB = 20m$ . Να βρείτε:

α) Την πλευρά  $BΓ$ .

β) Αν  $α = 2m$ , να βρείτε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

γ) Να βρείτε το μήκος της περιμέτρου του γραμμοσκιασμένου σχήματος.



**Να γράψετε 1 θέμα θεωρίας και 2 ασκήσεις**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!**





## Β.ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Να αποδείξετε την ισότητα

$$(2\chi + 3\psi)^2 - (\chi - \psi)^2 - 3\chi(\chi + 3\psi) - 5\chi\psi = 8\psi^2$$

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Να λύσετε το σύστημα

$$\frac{\chi + \psi}{3} + \frac{\chi}{2} = 5$$

$$3\chi + 2\psi = 22$$

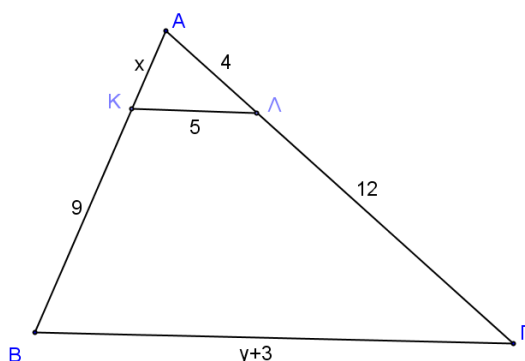
### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Στο παρακάτω τρίγωνο ΑΒΓ το τμήμα ΚΛ είναι παράλληλο στη πλευρά ΒΓ. Αν ΑΚ=χ, ΚΒ=9 ΑΛ=4, ΛΓ=12, ΚΛ=5 και ΒΓ=γ+3 τότε

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΚΛ και ΑΒΓ είναι όμοια

β) Να υπολογίσετε τις τιμές των χ και γ

γ) Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών  $\frac{(ΑΚΛ)}{(ΑΒΓ)} =$



Να επιλέξετε 1 θέμα θεωρίας και 2 θέματα από τις ασκήσεις

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑΘΕΩΡΙΑΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

A) Να αποδείξετε την ταυτότητα:  $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

B) Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω ισότητες είναι σωστές (Σ) και ποιες λάθος (Λ):

α)  $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta$

β)  $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

γ)  $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha\beta + \beta^3$

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε, να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

α) Αν παράλληλες ευθείες ορίζουν ίσα τμήματα σε μία ευθεία, τότε θα ορίζουν ..... σε οποιαδήποτε άλλη ευθεία που τις τέμνει.

β) Αν από το μέσο μίας πλευράς φέρουμε παράλληλη προς μια άλλη πλευρά, τότε αυτή διέρχεται ..... της τρίτης πλευράς του.

γ) Ο λόγος ενός ευθύγραμμου τμήματος ΓΔ προς το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ συμβολίζεται με ..... και είναι ο αριθμός λ, για τον οποίο ισχύει ΓΔ=.....

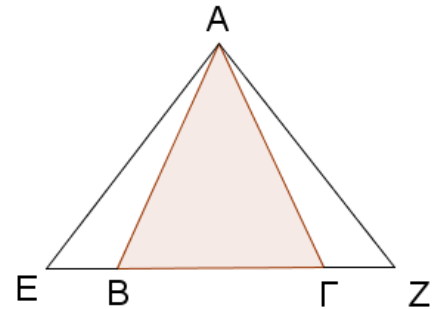
δ) Τα ευθύγραμμα τμήματα α, γ είναι ανάλογα προς τα ευθύγραμμα τμήματα β, δ όταν ισχύει

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$$

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Να λύσετε το σύστημα:  $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x + 5y = 16 \end{cases}$



### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB=AG$  και στις προεκτάσεις της πλευράς του  $B\Gamma$  τα σημεία  $E, Z$  ώστε,  $BE=\Gamma Z$ . Να αποδείξετε ότι:

α)  $\widehat{ABE} = \widehat{AGZ}$

β) Το τρίγωνο  $AEZ$  είναι ισοσκελές.

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνεται η παράσταση  $B = (x-3)^2 - (x+3)^2$

A) Να δείξετε ότι  $B = -12x$

B) Να λύσετε την εξίσωση  $B = x^2 + 11$

Γ) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο  $x^2 + 12x + 11$

Παρατηρήσεις:

- Να απαντήσετε σε ένα από τα δύο θέματα θεωρίας και σε δύο από τα τρία θέματα ασκήσεων.

- Να μεταφέρετε όλες τις απαντήσεις σας στην κόλλα αναφοράς.

*Καλή επιτυχία!!!*

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2013-2014

ΤΑΞΗ : Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

**ΘΕΩΡΙΑ** ( Να επιλέξετε και να απαντήσετε ένα από τα παρακάτω δύο θέματα )

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

A) Να αποδειχθεί η ταυτότητα  $(a + \beta)(a - \beta) = a^2 - \beta^2$

B) Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες

i)  $(a + \beta)^2 =$

ii)  $(\alpha - \beta)^2 =$

iii)  $(\alpha + \beta)^3 =$

Γ) Να απαντήσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) στις παρακάτω προτάσεις

i)  $(4 - x)(4 + x) = 4 - x^2$  Σ - Λ

ii) η ισότητα  $0x = 0$  είναι ταυτότητα Σ - Λ

iii) το ανάπτυγμα της  $(x - 1)^3$  είναι  $x^3 - 1$  Σ - Λ

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

A) Πότε δύο τρίγωνα λέγονται ίσα ;

Να διατυπώσετε το 1ο κριτήριο ισότητας τριγώνων (Π-Γ-Π)

B) Να διατυπώσετε τα δυο κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.

Γ) Να συμπληρώσετε τα κενά που λείπουν στις παρακάτω προτάσεις (μία λέξη)

i) οι γωνίες του τριγώνου που έχουν κορυφές τα άκρα μιας πλευράς λέγονται

.....

γωνίες της πλευράς αυτής.

ii) η γωνία του τριγώνου που περιέχεται μεταξύ δύο πλευρών λέγεται

.....

γωνία των πλευρών αυτών.

iii) σε ίσα τρίγωνα ..... από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες



Γραπτές προαγωγικές εξετάσεις Ιουνίου 2014

Εξεταζόμενο μάθημα : **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ** Γ' Γυμνασίου

### Θεωρία

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> : Α] Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες :

$$\begin{aligned} (\alpha + \beta)^2 &= \dots\dots\dots & (\alpha - \beta)^2 \\ &= \dots\dots\dots \\ (\alpha + \beta)^3 &= \dots\dots\dots & \alpha^2 - \beta^2 \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Β] Να αποδείξετε την ταυτότητα:  $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$  .

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup> : α] Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

Β] Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές(Σ) ή λάθος(Λ) :

1. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
2. Σε δύο ίσα τρίγωνα, απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές .
3. Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι ίσα.
4. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και τις τρίτες γωνίες τους ίσες.

### Ασκήσεις

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> : Δίνονται οι παραστάσεις  $A = 3x^3y + 6x^2y + 9xy + 18y$

και  $B = 2x^2y - 8y$ .

Α] Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις Α και Β.

Β] Να απλοποιήσετε το κλάσμα  $\frac{B}{A}$  .

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup> : Δίνεται η παράσταση  $A = (x + 2)^2 + 2(x + 1)(x - 1) + x$ .

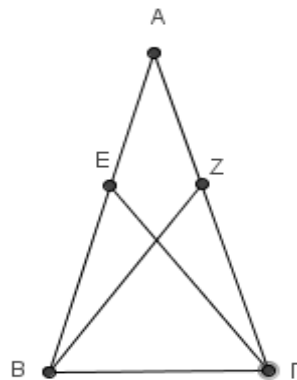
A] Να κάνετε τις πράξεις και να δείξετε ότι η παράσταση γίνεται  
 $A = 3x^2 + 5x + 2$

B] Να λύσετε την εξίσωση  $A = 0$ .

ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup> : Το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές και επιπλέον ισχύει και  $BZ = ΓΕ$ .

A] Να συγκρίνετε τα τρίγωνα BEΓ  
και BΖΓ

B] Να δείξετε ότι  $AE = AZ$



**Να απαντήσετε στο ένα θέμα θεωρίας και σε δύο ασκήσεις**

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2013-2014

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΤΙΚΕΣ-ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ

ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

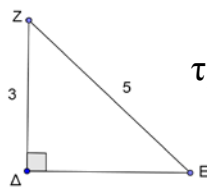
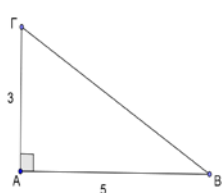
ΤΑΞΗ Γ΄

**ΘΕΩΡΙΑ 1<sup>η</sup>**

α) Να αναφέρετε ένα κριτήριο ισότητας τριγώνων και σε σχήμα δύο τριγώνων να σημειώσετε τα στοιχεία αυτού του κριτηρίου.

β) Στα παρακάτω ζεύγη τριγώνων να επιλέξετε με (χ) ποιο ζεύγος παριστάνει ίσα τρίγωνα.

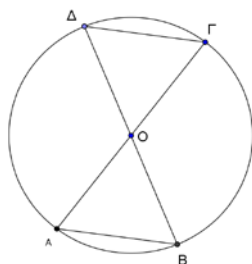
Α)



τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ

☐

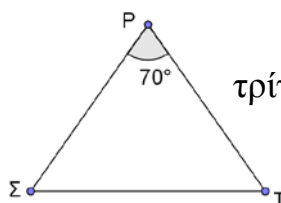
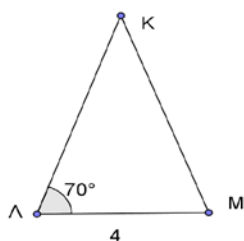
Β)



τρίγωνα ΟΑΒ και ΟΓΔ

☐

Γ)



τρίγωνα ΚΛΜ και ΡΣΤ

☐
**ΘΕΩΡΙΑ 2<sup>η</sup>**

α) Ποια μονώνυμα λέγονται όμοια και ποια αντίθετα;



β) Στα παρακάτω ζεύγη των μονωνύμων να επιλέξετε με (χ) τα ζεύγη των αντιθέτων μονωνύμων.

$$1. -8xy, \quad (3^2 - 1)xy \quad \boxed{\phantom{00}}$$

$$2. -5x^2y, \quad 5xy^2 \quad \boxed{\phantom{00}}$$

$$3. -3\alpha\beta^2\gamma, \quad 3\beta^2\gamma\alpha \quad \boxed{\phantom{00}}$$

$$4. \sqrt{100}\alpha^2\beta^3, \quad -\frac{20}{2}\alpha^2\beta^3 \quad \boxed{\phantom{00}}$$

$$5. -4x^3y^2\omega, \quad -2^2x^3y^2\omega \quad \boxed{\phantom{00}}$$

### ΑΣΚΗΣΗ 1<sup>η</sup>

Να λυθεί το σύστημα:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x-y}{3} + \frac{x}{2} = 1 \\ x + 2y = 0 \end{array} \right\}$$

### ΑΣΚΗΣΗ 2<sup>η</sup>

Να λυθεί η εξίσωση:

$$1 - \frac{6}{x^2 - 3x} = \frac{2}{x}$$

### ΑΣΚΗΣΗ 3<sup>η</sup>

Να αποδείξετε την παρακάτω ισότητα:

$$4 \cdot \eta\mu^2 x \cdot \eta\mu^2 60^0 + 3 \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x \cdot \epsilon\phi^2 135^0 = 3$$

Από τα παραπάνω θέματα να απαντήσετε σε μια από τις δυο θεωρίες και σε δύο από τις τρεις ασκήσεις.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

**ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ  
ΜΑΙΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2014 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**ΘΕΩΡΙΑ**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>.** Δίνεται η εξίσωση  $ax^2+bx+c=0$  (1)

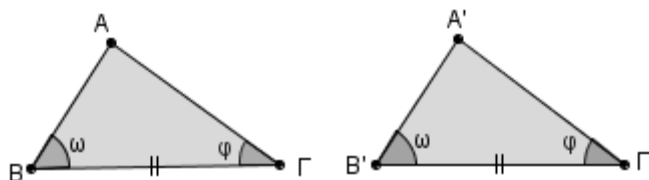
α) Ποια συνθήκη πρέπει να πληρούν οι συντελεστές της εξίσωσης (1), ώστε να είναι 2<sup>ου</sup> βαθμού; Αν η εξίσωση (1) είναι δευτεροβάθμια να γράψετε τον τύπο της διακρίνουσας.

β) Αν η εξίσωση (1) είναι δευτεροβάθμια, να αντιγράψετε στην κόλλα σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε γράφοντας πόσες και ποιες λύσεις έχει η εξίσωση (1), ανάλογα με τη συνθήκη που σας δίνετε για την διακρίνουσα της.

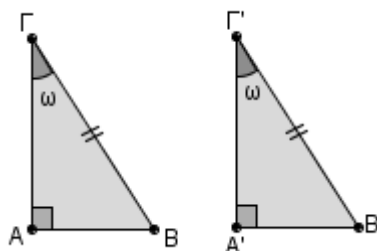
|              | Πλήθος λύσεων | Τύπος που δίνει τη(τις) λύση(εις) |
|--------------|---------------|-----------------------------------|
| $\Delta > 0$ |               |                                   |
| $\Delta = 0$ |               |                                   |
| $\Delta < 0$ |               |                                   |

**Θέμα 2<sup>ο</sup>-α)** Πότε δύο τρίγωνα είναι ίσα; (ορισμός)

β) Να διατυπώσετε το κριτήριο ισότητας τριγώνων βάσει του οποίου τα διπλανά τρίγωνα είναι ίσα.



γ) Να διατυπώσετε το κριτήριο ισότητας τριγώνων βάσει του οποίου τα διπλανά τρίγωνα είναι ίσα.



**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**Ασκ.1<sup>η</sup>.** Δίνεται το σύστημα (Σ) : 
$$\begin{cases} (2x-1)^2 - 2x(2x-3) = 2-3y \\ (2x-1)(y-3) - (y+1)^2 = y(2x-y) - 7(x+y) \end{cases}$$

α) Να κάνετε τις αλγεβρικές πράξεις και να δείξετε ότι το αρχικό σύστημα (Σ) γίνεται:  $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x + 4y = -2 \end{cases}$

β) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα (Σ).

**Ασκ.2<sup>η</sup>** . α) Δίνονται οι ρητές αλγεβρικές παραστάσεις:  $A = \frac{2x^2-6x}{2x^2-18}$  και  $B = \frac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$

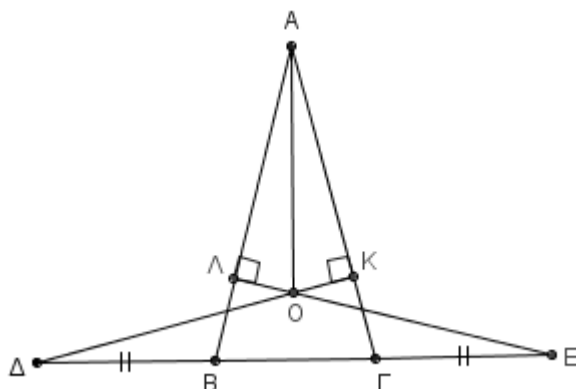
Να βρείτε για ποιες τιμές της μεταβλητής τους ορίζονται οι παραστάσεις A και B και να δείξετε ότι :  $A = \frac{x}{x+3}$  και η  $B = \frac{x}{x-3}$

β) Να λύσετε την εξίσωση :  $2A + B = \frac{18}{x^2-9}$

**Ασκ.3<sup>η</sup>** . Στο παρακάτω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ , προεκτείνουμε την βάση ΒΓ προς το μέρος του Β και του Γ και παίρνουμε τμήματα ΒΔ και ΓΕ αντίστοιχα, τέτοια ώστε ΒΔ=ΓΕ. Από τα σημεία Δ ,Ε φέρνουμε κάθετα ευθύγραμμα τμήματα ΔΚ και ΕΛ στις ίσες πλευρές ΑΓ , ΑΒ του τριγώνου ΑΒΓ , αντίστοιχα .

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΕΛ και ΓΔΚ είναι ίσα.

β) Να αιτιολογήσετε γιατί ΑΛ=ΑΚ ,και αν Ο είναι το σημείο τομής των ΔΚ και ΕΛ να δείξετε ότι το ΑΟ διχοτομεί την γωνία Α .



Να απαντήσετε σε 1 θέμα θεωρίας  
Και σε 2 ασκήσεις

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**